1. Wyznaczyć wartości i wektory własne macierzy:

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$.

2. Rozwiązać układ $\vec{y}' = A \cdot \vec{y}$.

(a) $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$.

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$.

(c) $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & -2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

3. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego $\vec{y}' = A \cdot \vec{y}$, $\vec{y}(0) = \vec{y}_0$ gdzie

(a) $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$.

$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 6 \\ -10 & 4 & -12 \\ -2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

4. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego $\vec{y}' = A \cdot \vec{y}$, $\vec{y}(0) = \vec{y}_0$ gdzie

(a) $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$.

5. Korzystając z metody uzmienniania stałych znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego $\vec{y}' = A \cdot \vec{y} + \vec{h}(x)$, $\vec{y}(0) = \vec{y}_0$ gdzie

(a) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $\vec{h}(x) = \begin{bmatrix} e^x \\ e^x \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 2,5 \\ 0,5 \end{bmatrix}$.

(b) $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$, $\vec{h}(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, $\vec{y}_0 = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,4 \end{bmatrix}$.